No. **42**
enero-junio, 2026

ISSN 1870-5308
www.cpue.uv.mx

Universidad Veracruzana
Instituto de Investigaciones en Educación
Xalapa, Veracruz, México

CPU-e, Revista de Investigación Educativa

Transformando el aprendizaje de las fracciones como operador: una comparación entre representaciones pictóricas y métodos memorísticos en educación secundaria

Maria T. Sanz
Universidad de Valencia, España
m.teresa.sanz@uv.es
ORCID: 0000-0002-7146-8087

Carlos Valenzuela García
Universidad de Guadalajara, México
carlos.valenzuela@academicos.udg.mx
ORCID: 0000-0002-0776-5757

Emilia López-Iñesta
Universidad de Valencia, España
emilia.lopez @uv.es
ORCID: 0000-0002-1325-2501

DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Recibido: 15 de enero de 2025
Aceptado: 21 de abril de 2025

Resumen

Se presenta un estudio experimental y exploratorio abordando la dificultad de los estudiantes para comprender el significado operatorio de la fracción, especialmente en la resolución de problemas y ejercicios algorítmicos. Dada la escasa presencia de enfoques visuales en la enseñanza tradicional, se analiza la importancia de las representaciones pictóricas en el aprendizaje de la fracción como operador. La investigación se realizó con estudiantes de secundaria de 14 a 15 años, organizados en un grupo experimental (42 estudiantes) y un grupo control (19 estudiantes). El experimental trabajó con modelos lineales y de área para apoyar la resolución de problemas, mientras que el control recibió únicamente explicaciones aritméticas. Se aplicaron un pretest y postest con elementos isomorfos, se analizaron cualitativa y cuantitativamente para evaluar conocimientos procedimentales y conceptuales. Aunque el grupo control presentaba mayores habilidades iniciales, el experimental obtuvo mejores resultados, mostrando que la representación pictórica favorece la comprensión y el aprendizaje.

Palabras clave: representación pictórica; educación secundaria; fracción como operador; conocimiento conceptual; conocimiento procedimental.

Revolutionizing fraction as operator learning revolutionizing fraction as operator learning: comparing pictorial representations vs. memoristic approaches in secondary education

Abstract

An experimental and exploratory study is presented addressing students' difficulty in understanding the operator meaning of fractions, especially in problem solving and algorithmic exercises. Given the limited presence of visual approaches in traditional instruction, the study examines the importance of pictorial representations in learning fractions as operators. The research was conducted with secondary students aged 14 to 15, organized into an experimental group (42 students) and a control group (19 students). The experimental group worked with linear and area models to support problem solving, while the control group received only arithmetic explanations. A pretest and posttest with isomorphic items were administered, and qualitative and quantitative analyses were carried out to evaluate procedural and conceptual knowledge. Although the control group initially showed higher skills, the experimental group achieved better results, indicating that pictorial representation enhances understanding and learning.

Keywords: pictorial representation; secondary education; fraction as operator; conceptual knowledge; procedural knowledge.

CPU-e

Universidad Veracruzana
Instituto de Investigaciones en Educación
Xalapa, Veracruz, México
Licencia CC BY-NC 4.0

Transformando el aprendizaje de las fracciones como operador
Maria T. Sanz, Carlos Valenzuela García , Emilia López-Iñesta

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Transformando el aprendizaje de las fracciones como operador: una comparación entre representaciones pictóricas y métodos memorísticos en educación secundaria

En la educación secundaria se pone un énfasis considerable en el estudio de las operaciones con fracciones. A pesar de ello, numerosos investigadores en proyectos internacionales, como el Rational Number Project financiado por la National Science Foundation (NSF) de 1979 a 2002 o el National Assessment of Educational Progress (NAEP), han demostrado que los estudiantes tienen dificultades para comprender las operaciones con fracciones y que la mayoría de los errores se deben a una aplicación incorrecta de reglas memorizadas. En esa misma línea, autores como Hart (1981), Lee y Boyadzhiev (2020) o Gesuelli y Jordan (2024), indican que los procedimientos memorizados empleados en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la aritmética de fracciones pueden llevar al olvido o a la confusión con el tiempo.

La falta de comprensión de las operaciones con fracciones también se evidencia cuando los estudiantes intentan resolver problemas con estos números (Murillo & Ceballos, 2013). Una estrategia alternativa para mejorar el desempeño de los estudiantes en la resolución de problemas es el uso de la visualización (Ríos-Cuesta, 2021; van Essen & Hamaker, 1990), entendiéndola como el uso de representaciones tales como imágenes o diagramas (Hegarty & Kozhevnikov, 1999; Resnick et al., 2020).

Aunque se han documentado avances en el uso de representaciones gráficas para la enseñanza de fracciones, persisten desafíos que nuestro trabajo busca abordar. A diferencia de estudios previos centrados en impactos generales, nuestro enfoque destaca el uso de representaciones gráficas en el contexto específico de la fracción como operador y su integración con estrategias didácticas aplicables en aulas reales. Este artículo no sólo amplía el conocimiento teórico, sino que también ofrece herramientas prácticas para docentes, contribuyendo tanto al ámbito científico como a la mejora de la práctica educativa.

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

En este sentido, resulta especialmente relevante centrar la atención en el nivel de educación secundaria, y más concretamente en estudiantes de 14 a 15 años. Esta etapa educativa representa un punto crítico en el desarrollo del pensamiento matemático, ya que los estudiantes comienzan a transitar de enfoques más concretos, característicos de la educación primaria, hacia niveles superiores de abstracción y simbolización (Herscovics & Linchevski, 1994). Esta transición suele ser particularmente desafiante en el caso de la fracción como operador, pues requiere interpretar relaciones multiplicativas entre cantidades y partes del todo. Por ello, intervenir en este momento resulta clave para fortalecer tanto la comprensión conceptual como procedimental de las fracciones, ayudando a superar dificultades que, en muchos casos, se arrastran desde etapas anteriores y que pueden condicionar futuros aprendizajes más complejos.

Así, es fundamental explorar cómo diferentes representaciones impactan en el desempeño de estudiantes de nivel secundario, de 14 a 15 años, al resolver problemas aritmético-verbales (en adelante PAV), donde las fracciones actúan como operador. Para ello, se comparó el comportamiento de un grupo experimental con un grupo control —al que no se le proporcionaron representaciones— al resolver problemas verbales donde la fracción actúa como operador. Se plantearon dos objetivos para estudiar el desempeño de los estudiantes en la resolución de este tipo de problemas:

a. Examinar si los estudiantes actúan de manera diferente al calcular el algoritmo cuando está asociado a un contexto o no.
b. Analizar y comparar el proceso de resolución aritmética o pictórica, y si los índices de éxito mejoran después de una intervención didáctica basada en representaciones pictóricas.

1. Marco teórico

1.1 Fracción como operador: conocimiento conceptual o procedimental

Algunos estudios señalan que las dificultades de los estudiantes al trabajar con fracciones se originan en la naturaleza multifacética de éstas (Charalambous & Pitta-Pantazi, 2007). Según Kieren (1988), las fracciones pueden entenderse como un conjunto de conceptos interrelacionados —parte-todo, medida, cociente, razón y operador—, de modo que la comprensión global de las fracciones depende del dominio progresivo de cada uno de estos subconstructos.

En cuanto a la fracción como operador, que constituye el foco de este estudio, Valenzuela (2018) la describe como una aplicación o un número capaz de transformar una

ISSN 1870-5308
No. 42, enero-junio, 2026
DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

cantidad o magnitud en otra. Desde este enfoque, el numerador se concibe como el agente que incrementa o multiplica la cantidad, mientras que el denominador opera como un factor que reduce o divide. De acuerdo con Behr et al. (1992), la forma en que la fracción como operador actúa sobre ciertos objetos —ya sean cantidades continuas o discretas— puede determinar el orden en que se aplican el numerador y el denominador.

Las dificultades en el uso de la fracción como operador se relacionan con errores tanto conceptuales como procedimentales. El conocimiento conceptual, definido como la habilidad para identificar conexiones entre ideas (Hallett et al., 2010), puede verse afectado cuando no se establece un vínculo claro entre el significado esencial de la fracción como operador y la operación algorítmica usada para el cálculo (Sanz et al., 2021). Por su parte, el conocimiento procedimental, entendido como la comprensión de la mecánica de los procesos y algoritmos (Hallett et al., 2010), se asocia a errores en la multiplicación de fracciones (Braithwaite et al., 2017; Gesuelli & Jordan, 2024; Lamon, 2020; Llinares & Sánchez, 1988; Sanz et al., 2018; Siegler et al., 2011) o al sesgo hacia los números enteros, es decir, a tratar numeradores y denominadores como si fueran cantidades enteras independientes (Braithwaite et al., 2017; Siegler et al., 2011).

Dentro de estos errores procedimentales, uno frecuente es confundir la multiplicación de fracciones con la suma, empleando el mínimo común múltiplo y multiplicando los numeradores de forma incorrecta. Otro error observado ocurre al realizar el algoritmo de división en lugar del de multiplicación. Este problema, vinculado al énfasis en la comprensión de los números naturales, se da cuando la fracción (por ejemplo, un tercio fraccionario) se interpreta como un triple al centrarse únicamente en el denominador y aplicar indebidamente esquemas de números enteros.

1.2 Problemas aritmético-verbales con fracción como operador

Parra y Flores (2008) sugieren que resolver problemas no consiste en aplicar algoritmos y procedimientos fijos, sino en proporcionar situaciones donde los estudiantes propongan diferentes métodos de resolución según el problema planteado.

Brown (1981), presenta PAV con un factor multiplicativo. En ellos, se emplea una función escalar para establecer comparaciones entre dos magnitudes extensivas, es decir, para relacionar cantidades de la misma naturaleza. En este análisis se observa que el enunciado del problema se estructura en dos partes esenciales: una que introduce una afirmación existencial y otra que define una regla para asociar las cantidades involucradas, siguiendo un patrón similar al que se utiliza en los isomorfismos de medida. Es en estos problemas

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

donde la cantidad intensiva aparece como un factor de conversión, o lo que Kieren (1988) denomina la fracción como operador, y la fracción aparece como un operador para un número natural (1/4 de 6) o un número fraccionario (1/2 de 1/4).

1.3 Representación pictórica

Considerando las habilidades del alumnado, diversos estudios han abordado los factores individuales que influyen en la resolución de problemas verbales, entre ellos, las habilidades espaciales (Geary et al., 2000; Hegarty & Kozhevnikov, 1999; Resnick et al., 2020), directamente vinculadas con el razonamiento gráfico.

En sus investigaciones, van Essen y Hamaker (1990) subrayan el efecto positivo de las representaciones en la comprensión, el análisis y la resolución de problemas. Sin embargo, Adu-Gyamfi et al. (2019) señalan que no todos los estudiantes logran aprovecharlas de manera eficaz, y a menudo encuentran dificultades para integrar completamente la información proporcionada de forma visual. Esta situación puede explicarse, en parte, por la subvaloración de las representaciones gráficas frente a los enfoques numéricos en el proceso de enseñanza-aprendizaje (Ploetzner, 2012). Además, existe una marcada tendencia a recurrir a algoritmos y procedimientos memorísticos en lugar de fomentar el uso consciente de recursos gráficos (Lesh et al., 1987; Mendoza, 2018). Como consecuencia, el valor informativo de las imágenes instruccionales tiende a ser subestimado (Ploetzner, 2012).

En particular, Sanz et al. (2018) observan que, al resolver PAV con fracciones, una representación adecuada puede ayudar a interpretar el enunciado, establecer vínculos entre los datos e, incluso, conducir a la resolución correcta. Sin embargo, esto no siempre ocurre, puesto que las representaciones de fracciones están fuertemente ligadas al modelo de enseñanza-aprendizaje del alumnado (Petit et al., 2015), y ciertos enfoques didácticos pueden obstaculizar el desarrollo de una comprensión profunda de las fracciones (Behr et al., 1993; Lamon, 2020).

1.3.1 Fundamentos pedagógicos del uso de representaciones pictóricas

Desde una perspectiva pedagógica, el empleo de representaciones pictóricas en la enseñanza de las fracciones implica más que la simple presentación de imágenes o diagramas. Requiere un diseño didáctico integral, que promueva la construcción de significados matemáticos a través de múltiples registros de representación y articule de forma coherente los aspectos visuales, simbólicos y numéricos.

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

La teoría de los registros de representación semiótica (Duval, 2006) hace hincapié en la importancia de coordinar y traducir la información entre distintos registros (pictórico, numérico y simbólico). Aplicada al estudio de fracciones, esta propuesta didáctica insta a relacionar, por ejemplo, el modelo de área o la recta numérica con la notación fraccionaria, permitiendo que el estudiante vaya más allá de la aplicación de algoritmos y comprenda la función de la fracción como operador.

Asimismo, Ainsworth (2006) enfatiza el principio de "representaciones múltiples", que no se limita a mostrar distintas formas de presentar la información, sino que demanda diseñar tareas donde el alumnado compare y articule los procedimientos numéricos con sus equivalentes pictóricos. Bruner (1966), por su parte, insiste en la necesidad de transitar por fases de representación (enactiva, icónica y simbólica) de manera progresiva, utilizando el nivel pictórico como puente entre los objetos concretos y la abstracción simbólica.

En la misma línea, la Realistic Mathematics Education (RME) (Gravemeijer, 1999; van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2020) propone contextualizar las nociones matemáticas en situaciones realistas, donde las representaciones pictóricas (en particular los modelos lineales y de área) ayudan a anclar conceptos tan abstractos como la "fracción de fracción" en experiencias más cercanas para el estudiante, favoreciendo la comprensión del operador fraccionario.

Por último, la formación docente también juega un papel clave. Investigaciones como las de Sherin (2010) y Stylianou (2010) muestran que cuando el profesorado domina el uso didáctico de las representaciones gráficas y orienta al alumnado a reflexionar sobre por qué y cómo un diagrama aporta claridad, se fortalecen tanto la comprensión conceptual (la fracción como operador) como la procedimental (el algoritmo fundamentado en significados).

1.3.2 Principales modelos de representación pictórica para fracciones

Figueras (1988) distingue cinco modelos para enseñar fracciones basados en representaciones pictóricas, entre los que destacan el modelo lineal (recta numérica), el modelo de área (círculo o rectángulo) y el modelo discreto (colecciones de objetos):

- Modelo lineal: recomendado para enseñar orden, densidad y equivalencias fraccionarias. Aquí, la fracción se considera la relación entre un segmento y otro que representa la unidad, aplicándose en contextos medibles linealmente (distancia, tiempo, etc.).
- Modelo de área: habitual al introducir la fracción como parte-todo, utilizando figuras (círculos o rectángulos) subdivididas. Permite visualizar el "todo" y las particiones que lo componen.

ISSN 1870-5308
No. 42, enero-junio, 2026
DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

- Modelo discreto: consiste en agrupar objetos (fichas, bloques, etc.) para ilustrar las fracciones en términos de un conjunto de elementos.

Según Figueras (1988), tanto el modelo lineal como el de área resultan de gran utilidad para trabajar la fracción como operador, pues posibilitan apreciar cómo actúa la fracción sobre una cantidad total y visualizar el resultado de dicha operación (por ejemplo, “tomar la mitad de la mitad” o “quedarme con un tercio de la mitad”).

En distintos estudios (Sanz et al., 2018) se ha comprobado la eficacia de estas representaciones al resolver problemas con fracciones, observando una preferencia del alumnado por el modelo de área en contextos continuos. A su vez, Pool-Dzul (2018) y Ríos-Cuesta (2021) destacan la conveniencia de combinar el modelo lineal y el de área para afianzar la comprensión conceptual y procedimental de la fracción como operador.

2. Metodología

2.1 Participantes

Los participantes fueron 61 estudiantes de 14 a 15 años, divididos en tres clases. Pertenecían a un colegio concertado ubicado en un barrio de las afueras de Valencia (España), con un nivel socioeconómico medio-alto. Los docentes del centro educativo no permitieron que una de las clases se dividiera en dos grupos para obtener tamaños de muestra más equilibrados. Por ello, el grupo experimental estuvo compuesto por dos clases, con un total de 42 estudiantes, mientras que el grupo control consistió en una única clase con 19 estudiantes.

Aunque la diferencia en el tamaño de las muestras entre los grupos experimental y de control podría parecer un desafío metodológico, investigaciones previas han demostrado que esta disparidad no necesariamente compromete la validez de los resultados si se emplean técnicas estadísticas adecuadas. El estudio de Alamolhoda et al. (2017) destaca que, al aplicar métodos estadísticos correctamente ajustados, es posible obtener resultados fiables y válidos, incluso cuando los tamaños de muestra no son equivalentes. Asimismo, Lizasoain (2024) subraya la importancia de una planificación rigurosa y de un análisis adecuado para mitigar posibles sesgos derivados de estas diferencias. Estas conclusiones respaldan la validez de los hallazgos obtenidos en este estudio, al considerar cuidadosamente las diferencias en las muestras y aplicar análisis estadísticos que controlen sus efectos.

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

2.2 Instrumentos y método

Como primer paso, se recopiló información sobre el nivel previo de conocimiento de los estudiantes mediante un pretest de lápiz y papel con una duración de 30 minutos (Tabla 1).

Tabla 1. *Problemas y actividades incluidas en el pretest y postest*

Pretest	Postest
Pr_P1. El hijo de Isabel tiene 1/2 de 1/7 de la edad de Isabel. Si el niño tiene 3 años, ¿qué edad tiene Isabel?	**Po_P1.** Durante una semana, las horas de calentamiento de gimnasia rítmica son 1/2 de 1/3 de las horas de entrenamiento. Si el calentamiento dura 2 horas, ¿cuántas horas de entrenamiento hay en una semana?
Pr_P2. Juan tiene un contenedor con agua para las plantas de sus tres balcones. Usa 1/3 de los litros para el primer balcón y 3/5 del agua restante para el segundo balcón. Todavía le quedan 1.2 litros para el tercer balcón. ¿Cuántos litros había en el contenedor?	**Po_P2.** Un poste está pintado de rojo, azul y negro. El rojo representa 1/3 del total, y el azul 2/5 de lo que queda después de pintar el rojo. Si 2.7 metros están pintados de negro, ¿cuál es la longitud del poste?
Pr_A1. Calcula 1/3 de 2/3 =	**Po_A1.** Calcula 2/3 de 1/2 =
Pr_A2. Calcula 3/4·1/5 =	**Po_A2.** Calcula 1/3·2/3 =

Fuente: Álvarez (1936, pp. 68-69).

El instrumento de recolección de datos consistió en dos actividades y dos PAV diseñados para evaluar tanto el conocimiento procedimental como el conceptual de los estudiantes. Las actividades A1 y A2 se enfocaron en casos donde la fracción actúa sobre un número fraccionario, evaluando específicamente el conocimiento procedimental. En A1, el objetivo era analizar si los estudiantes podían reconocer la operación asociada con la expresión “una fracción de una fracción”. Por otro lado, A2 se centró en evaluar la comprensión del algoritmo específico necesario para la multiplicación de fracciones.

Por su parte, los problemas P1 y P2 fueron diseñados para evaluar el conocimiento conceptual. En P1, la fracción se presenta como un operador que primero actúa sobre un número fraccionario y luego sobre un entero desconocido. Este problema, clasificado como de comparación multiplicativa de tipo cuotativo (Smidt & Weiser, 1995), podía resolverse mediante procedimientos aritméticos o representaciones gráficas. Los contextos elegidos para P1 estaban orientados a enseñar a los estudiantes el uso del modelo lineal en las reso-

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

luciones gráficas, según lo descrito por Figueras (1988). Dicho autor destaca que este método permite comparar magnitudes utilizando un sistema de medición abstracto, donde la fracción relaciona la longitud de un segmento dado con otro segmento arbitrario que representa la unidad.

En contraste, P2 planteaba un problema en el que se eliminan fracciones "de lo que queda" para determinar una cantidad final completamente desconocida. El diseño de P2 en el pretest siguió la estructura del problema del poste de Gómez et al. (2016), también utilizado en el postest. Según los autores, este tipo de problema puede resolverse mediante una lectura aritmética razonada, una lectura basada en reglas previas (deshacer operaciones) o una lectura algebraica. En este caso, los contextos se eligieron para aplicar el modelo de área en la resolución gráfica, tal como lo describe Figueras (1988), quien señala que este método es ideal para contextos que ocupan espacio. En el modelo de área, la fracción se interpreta como una fracción unitaria, donde un subconjunto (la parte) se relaciona con el conjunto que lo contiene (el todo).

Tras el pretest, se llevó a cabo la intervención didáctica basada en representaciones pictóricas, cuyos detalles se muestran más adelante. Posteriormente, los estudiantes trabajaron en problemas similares en grupos de tres durante sesiones de 80 minutos. Cinco semanas después, se administró un postest con problemas y actividades similares, sin notificar previamente a los estudiantes, con el objetivo de garantizar que cualquier conocimiento memorizado sin comprensión hubiera sido olvidado, como ya señaló Hart (1981).

2.3 Intervención basada en representaciones pictóricas en el grupo experimental

Es importante destacar que los problemas verbales utilizados en ambas intervenciones no se emplearon para introducir el concepto de fracción como operador, ya que éste se introduce en el currículo educativo de español en el 4º grado de primaria (9-10 años). No obstante, dado que los estudiantes participantes tienen entre 14 y 15 años, se asume que ya están familiarizados con este concepto. En la sección de resultados se evaluará si realmente han asimilado esta noción.

Tras el pretest, se explicó la resolución del problema P1 mediante el modelo lineal, ilustrado en la Figura 1.

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

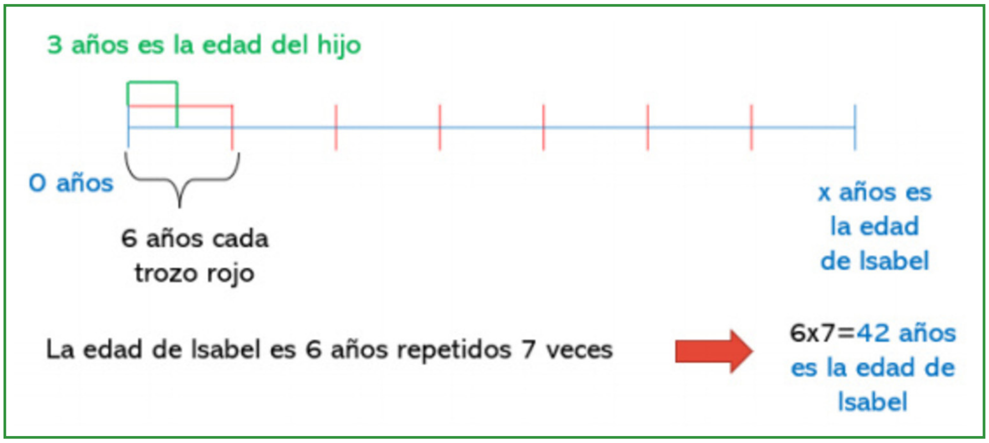

Figura 1. Modelo lineal utilizado en el problema P1 del pretest

Este modelo utiliza segmentos en una línea para representar fracciones, relacionando magnitudes en un sistema de medición abstracto. En este caso, el hijo de Isabel tiene 3 años, lo que equivale a 1/7 de 1/2 de la edad de Isabel. La solución gráfica permite visualizar que la edad de Isabel es 6 años repetidos 7 veces, resultando en un total de 42 años.

Por otro lado, el modelo de área se empleó para resolver el problema P2, como se muestra en la Figura 2.

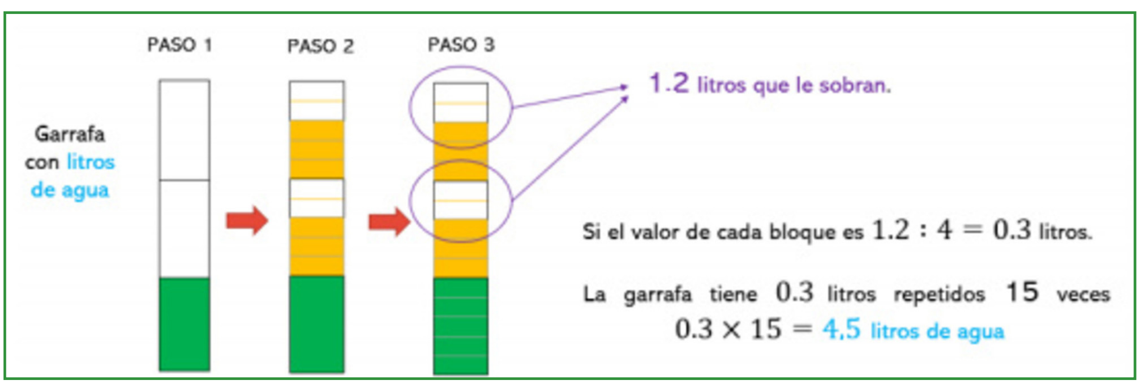

Figura 2. Modelo de área utilizado en el problema P2 del pretest

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

En esta representación, el total desconocido (litros de agua en el recipiente) se representa como un rectángulo vertical dividido en partes iguales. En este caso, el rectángulo permite deducir que cada bloque tiene un valor de 1.2:4=0.3 litros, y que el total del recipiente equivale a 0.3×15=4.5 litros de agua. Este enfoque gráfico refuerza la comprensión visual de cómo las fracciones representan partes del todo.

2.4 Intervención basada en resoluciones aritméticas para el grupo control

La intervención para el grupo control se centró exclusivamente en resoluciones aritméticas. Por ejemplo, una resolución aritmética razonada para el problema P1 del pretest sería calcular que 1/2 de 1/7 equivale a 1/14. Si 1/14 corresponde a 3 años, se puede deducir la edad de Isabel mediante la fórmula: x=3×1/(1/14)=3×14=42 años. Una resolución alternativa basada en deshacer operaciones consistiría en calcular 1/2 de 1/7=1/14 y luego revertir la división, multiplicando 3 por 14.

Para el problema P2 del postest se utilizó una resolución aritmética razonada, aunque esta estrategia dificulta reconocer la fracción que representa “de lo que queda”. Según Gómez et al. (2016), para resolver P2 primero se calcula la parte restante tras pintar de rojo: 1–1/3=2/3. La parte pintada de azul es 2/5 de 2/3=4/15. Al restar 2/3–4/15=6/15=2/5, se obtiene la fracción de la parte negra. Finalmente, mediante proporcionalidad, si 2/5 corresponde a 2.70 metros, el total equivale a 1(5/5)=2.70/(2/5)=6.75 metros.

Gómez et al. (2016) también documentan otra lectura aritmética basada en reglas tradicionales para deshacer operaciones. En este caso, el procedimiento consiste en relacionar la fracción restante con la cantidad pintada de azul: (1–1/3)–2/5(1–1/3)=(1–1/3)(1–2/5)=2/5. Asociando este resultado con los 2.70 metros dados en el enunciado, la operación se revierte multiplicando 2.70×52.70×5 y dividiendo entre 2, obteniendo 6.75 metros como resultado final.

2.5 Categorización para el análisis de A1, A2, P1 y P2

El código utilizado en este trabajo se detalla en la Tabla 2 y es útil para explicar cada error referenciado en el texto y las tablas. La categorización de las respuestas se compone de tres elementos separados por un guion bajo (_). Primero, se indica el instrumento: Pr para el pretest o Po para el postest. Luego, se identifica el ejercicio: A1, A2, P1 o P2.

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Tabla 2. *Códigos y descripción de las respuestas*

	Código	Descripción
Tipos de resolución	Ar1	Aritmética razonada (Gómez et al., 2016).
	Ar2	Aritmética para deshacer operaciones (Gómez et al., 2016).
	GML	Uso de modelo lineal como representación pictórica (Figueras, 1988).
	GMA	Uso de modelo de área como representación pictórica (Figueras, 1988).
Errores aritméticos (Llinares & Sánchez, 1988)	A	Multiplicación confundida con suma.
	S	Multiplicación confundida con resta.
	Di	Multiplicación confundida con división.
	Null	No se proporciona respuesta (respuesta en blanco).
Errores en la representación pictórica (Figueras, 1988)	C	Dificultades con la partición de figuras planas (pérdida de congruencia de las partes).
	DE	Asignación del denominador a la cardinalidad de la parte, ignorando el numerador (redefinición implícita del todo).
	T	Asociación de la cardinalidad del todo con el denominador y de la parte con el numerador (redefinición explícita del todo).
	EC	Errores al contar elementos de la imagen.
	N	Representación gráfica correcta, pero no se expresa la solución numérica.
Errores de comprensión del enunciado	Ag	Dificultades con los agentes del problema.
	PCwr	Problemas relacionados con "lo que queda".
	PCwrt	Problemas relacionados con "el total".
	PCwr&wrt	No se comprende ni "lo que queda" ni "el total".
	PCwr&Ag	Dificultades con "lo que queda" y los agentes del enunciado.
	FoF	Fracción de una fracción en P1 (contextualizada en el problema).
	Fo	Fracción de un todo desconocido en P2.
	wrQ1	Fracción de lo que queda.
	wrQ2	Fracción de un todo desconocido en P2, tras la segunda aplicación.

2.6 Análisis estadístico

El análisis cuantitativo de los datos incluye un análisis descriptivo inicial y, para el análisis inferencial, se aplican dos pruebas estadísticas. En primer lugar, se utiliza el test de McNemar (Sheskin, 2011) para evaluar las diferencias significativas en las tasas de éxito entre el pretest y el postest dentro de cada grupo (muestras relacionadas). En segundo lugar, se emplea la prueba de proporciones, prueba Z (Cohen, 1988), para

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

comparar los resultados entre el grupo experimental y el grupo control (muestras independientes).

3. Resultados

Esta sección se divide en tres apartados. En el primero se explican en detalle los resultados del pretest, diferenciando entre el grupo control y el grupo experimental, con el propósito de determinar si el nivel inicial de ambos grupos es comparable. En el segundo apartado se analizan los resultados de aprendizaje de cada grupo tras la intervención, detallando las características observadas en ambos. Finalmente, en el tercer apartado se evalúa si una intervención basada en representaciones pictóricas para las fracciones como operador mejora el proceso de enseñanza-aprendizaje.

3.1 Resultados del pretest

En la Tabla 3 se pueden observar diferencias significativas (TP = -2.18; p-valor = 0.0292) en el conocimiento inicial de ambos grupos para A1, indicando que el grupo control obtiene mejores resultados al identificar la fracción de fracción con su algoritmo asociado. Sin embargo, no se observan diferencias en A2 (TP = -0.09; p-valor = 0.9282), donde la tasa de éxito es alta, lo que indica que los estudiantes conocen el algoritmo para multiplicar fracciones.

Tabla 3. *Algoritmos en el pretest para los grupos control y experimental*

Pretest A1-A2		**Control** Rel. Freq.	**Experimental** Rel. Freq.	**Test de Proporciones** (p-valor) Signf. 5%
Pr_A1	No	10/19	34/42	-2.18(0.0292)*
	Si	9/19	8/42	
Pr_A1_error	A	--	1/34	
	S	1/10	4/34	
	Di	2/10	19/34	
	Null	7/10	10/34	
Pr_A2	No	3/19	7/42	-0.09(0.9282)
	Si	16/19	35/42	
Pr_A2_error	Di	2/3	6/7	
	Null	1/3	1/7	

ISSN 1870-5308
No. 42, enero-junio, 2026
DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Además, se demuestra que, entre los estudiantes que no lograron resolver correctamente, con frecuencia confunden el algoritmo para multiplicar fracciones con el algoritmo para dividir fracciones en ambos grupos. Las Figuras 3A y 3B son un ejemplo de este error.

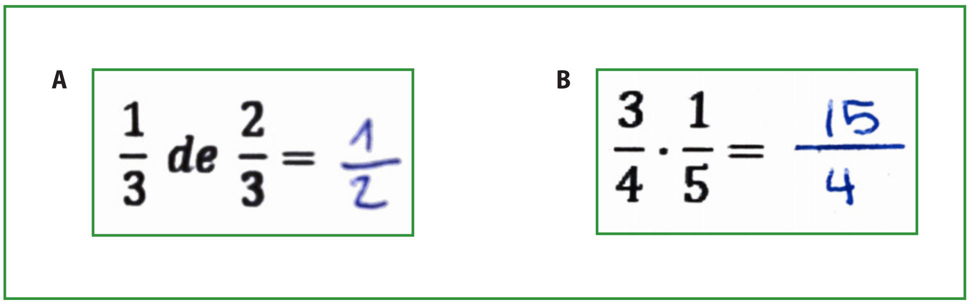

Figura 3. *Respuesta errónea de E_Pr_A1 (panel A) y C_Pr_A2 (panel B)*

No se encontraron diferencias significativas en el conocimiento previo de los estudiantes para P1 (TP = -1.87; p-valor = 0.0614), aunque, nuevamente, el grupo control muestra mayor éxito en la resolución (Pr_P1 Si= 12/19). Esto se detalla en la Tabla 4.

Tabla 4. *Resultados del problema P1 en el pretest para los grupos control y experimental*

Pretest P1		**Control** Rel. Freq.	**Experimental** Rel. Freq.	**Test de Proporciones** (p-valor) Sigf. 5%
Pr_P1_resolución	Ar1	1/19	5/42	
	Ar2	6/19	9/42	
	GML	1/19		
	Null	7/19	20/42	
Pr_P1	No	7/19	26/42	-1.87(0.0614)
	Si	12/19	16/42	
Pr_P1_FoF	No	13/19	34/42	-1.02(0.3078)
	Si	6/19	8/42	
Pr_P1_FoF_error	Di	--	7/34	
	Null	13/13	27/34	

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

En cuanto al tipo de resolución preferido para P1, en ambos grupos predomina Ar2, es decir, aritmética para deshacer operaciones. Sin embargo, en los casos observados, los estudiantes deshacen cada fracción y no su producto, evitando realizar el algoritmo de fracción de fracción y reflexionar sobre el significado de la fracción como operador (Figura 4).

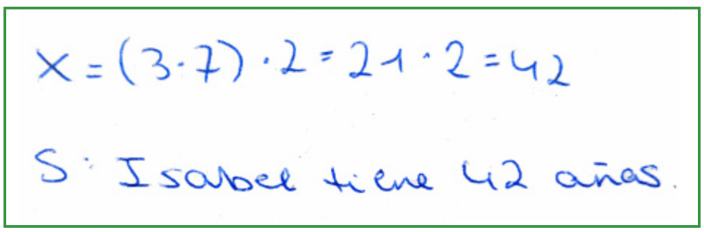

Figura 4. *Error de E_Pr_P1_Ar2*

En línea con lo anterior, los estudiantes de ambos grupos presentan dificultades para reconocer el algoritmo de "fracción de fracción" (FoF) en P1, optando en muchos casos por dejar esta sección en blanco (13/13 en el grupo control y 27/34 en el grupo experimental).

En cuanto al punto de partida en P2 (Tabla 5), no se observaron diferencias significativas entre ambos grupos. Los resultados se consideran equivalentes, salvo cuando se analiza la fracción de fracción "de lo que queda" (P2_wrQ1) (TP = -2.96; p-valor = 0.003), donde el grupo control demostró mayores habilidades.

Tabla 5. *Resultados del problema P2 en el pretest para los grupos control y experimental*

Pretest P2		**Control** Rel. Freq.	**Experimental** Rel. Freq.	**Test de Proporciones** (p-valor) Sigf. 5%
Pr_P2_resolución	Ar1	9/19	32/42	
	Ar2	2/19	3/42	
	GMA	1/19	--	
	Null	7/19	7/42	
Pr_P2	No	17/19	39/42	-0.42(0. 6744)
	Si	2/19	3/42	
Pr_P2_Fo	No	18/19	42/42	-1.03(0.303)
	Si	1/19	--	

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Pretest P2		Control Rel. Freq.	Experimental Rel. Freq.	Test de Proporciones (p-valor) Sigf. 5%
Pr_P2_Fo_error	Null	18/18	42/42	
Pr_P2_wrQ1	No	13/19	42/42	-2.96(0.003)*
	Si	6/19	--	
Pr_P2_wrQ1_error	S	1/13		
	Di		2/42	
	Null	12/13	40/42	
Pr_P2_wrQ2	No	18/19	42/42	-1.03(0.303)
	Si	1/19		
Pr_P2_wrQ2_error	Null	18/18	42/42	

En cuanto al tipo de resolución preferido para P2, éste difiere de P1. En este caso, los estudiantes de ambos grupos prefieren Ar1, es decir, seguir el orden indicado en el enunciado. Finalmente, se identifican errores en P2, sobre todo relacionados con la comprensión de palabras clave como "de lo que queda" (wrQ2 = 18/19 en el grupo control y 42/42 en el grupo experimental) o "fracción de fracción" (Fo).

3.2 Evaluación de la intervención didáctica en el aprendizaje grupal

En el grupo control no se observaron diferencias significativas para A1 y A2 entre los resultados del pretest y el postest (Tabla 6). Incluso, se detectó un aumento en la confusión entre multiplicación y división en el algoritmo de A1.

Tabla 6. *Resultados de las actividades A1 y A2 en el pretest y postest para el grupo control*

Grupo Control		Pre Rel. Freq.	Post Rel. Freq.	Test McNemar (p-valor) Sigf. 5%
A1	No	10/19	8/19	0.65(0.5156)
	Si	9/19	11/19	
A1_error	A	--	1/8	
	S	1/10	1/8	
	Di	2/10	4/8	
	Null	7/10	2/8	

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Grupo Control		Pre Rel. Freq.	Post Rel. Freq.	Test McNemar (p-valor) Sigf. 5%
A2	No	3/19	3/19	0(1)
	Si	16/19	16/19	
A2_error	A	--	1/3	
	S	--	1/3	
	Di	2/3	1/3	
	Null	1/3	--	

Por el contrario, en el grupo experimental (Tabla 7), se observaron diferencias significativas (TP = 6.02; p-valor < 0.0001) en la comprensión del algoritmo de "fracción de fracción" (A1), con 23 de 42 estudiantes que pasaron de fallo a éxito.

Tabla 7. *Resultados de las actividades A1 y A2 en el pretest y postest para el grupo experimental*

Grupo Experimental		Pre Rel. Freq.	Post Rel. Freq.	Test de McNemar (p-valor) Sigf. 5%
A1	No	34/42	11/42	6.02(<0.0001)*
	Si	8/42	31/42	
A1_error	A	1/34	--	
	S	4/34	--	
	Di	19/34	10/11	
	Null	10/34	1/11	
A2	No	7/42	3/42	1.36(0.1738)
	Si	35/42	39/42	
A2_error	A	--	1/3	
	S	--	--	
	Di	6/7	2/3	
	Null	1/7	--	

En el caso de P1 para el grupo control, los resultados de la Tabla 8 muestran que no hay diferencias significativas en la resolución del problema por parte de los estudiantes; sin

ISSN 1870-5308
No. 42, enero-junio, 2026
DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

embargo, más estudiantes lograron identificar el concepto de “fracción de fracción” (TP = 2.44; p-valor = 0.0146).

Tabla 8. *Resultados del problema P1 en el pretest y postest para el grupo control*

Grupo Control		**Pre** Rel. Freq.	**Post** Rel. Freq.	**Test de McNemar** (p-valor) Sigf. 5%
P1_resolución	Ar1	1/19	4/19	
	Ar2	6/19	1/19	
	GML	1/19	1/19	
	Null	7/19	2/19	
P1	No	7/19	6/19	0.34(0.7338)
	Si	12/19	13/19	
P1_FoF	No	13/19	6/19	2.44(0.0146)*
	Si	6/19	13/19	
P1_FoF_error	A	--	1/6	
	Di	--	2/6	
	Null	13/13	3/6	

Cabe destacar que un estudiante del grupo control, que no fue instruido en el uso del recurso gráfico, pero que lo comprendía previamente, decidió utilizar el modelo lineal y tuvo éxito tanto en el pretest como en el postest.

Cuando se analiza P1 para el grupo experimental (Tabla 9), se observan mejoras significativas en la resolución exitosa del problema (TP = 2.99; p-valor = 0.0028) y en la identificación del algoritmo de “fracción de fracción” (TP = 6.79; p-valor < 0.0001).

ISSN 1870-5308
No. 42, enero-junio, 2026
DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Tabla 9. *Resultados del problema P1 en el pretest y postest para el grupo experimental*

Grupo Experimental		**Pre** Rel. Freq.	**Post** Rel. Freq.	**Test de McNemar** (p-valor) Sigf. 5%
P1_resolución	Ar1	5/42	5/42	
	Ar2	9/42	2/42	
	GML	--	14/42	
	GMA	--	8/42	
	Null	20/42	3/42	
P1	No	26/42	13/42	2.99(0.0028)*
	Si	16/42	29/42	
P1_G_error	De	--	1/13	
	EC	--	3/13	
	N	--	1/13	
P1_FoF	No	34/42	9/42	6.79(<0.0001)*
	Si	8/42	33/42	
P1_FoF_error	Di	7/34	3/9	
	Null	27/34	6/9	

Entre los 13 estudiantes que no lograron resolver P1 con éxito en el postest, se identificaron varios errores gráficos. Algunos estudiantes (3/13) cometieron errores al contar la cardinalidad del todo. Por ejemplo, tras realizar una representación gráfica adecuada del problema, las partes que componen la solución fueron contadas de forma incorrecta, lo que condujo a una respuesta errónea (Figura 5).

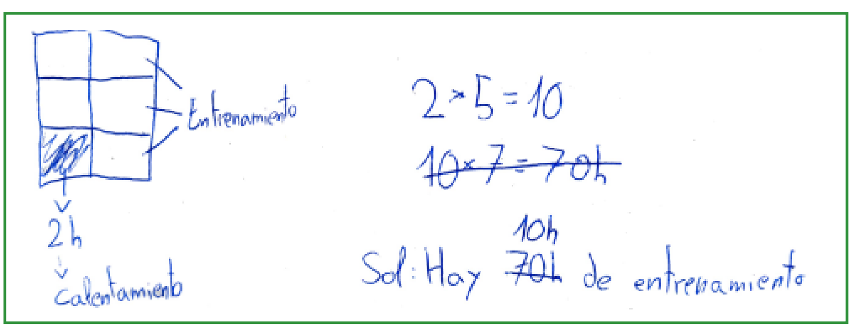

Figura 5. *Respuesta errónea de E_Po_P1_GMA_EC*

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

En cuanto a P2, no se observaron mejoras significativas en el grupo control (Tabla 10). Sólo 1 de 19 estudiantes logró una mejora en la resolución general del problema (TP = 0.48; p-valor = 0.6312).

Tabla 10. *Resultados del problema P2 en el pretest y postest para el grupo control*

Grupo Control		Pre Rel. Freq.	Post Rel. Freq.	Test de McNemar (p-valor) Sigf. 5%
P2_resolución	Ar1	9/19	2/19	
	Ar2	2/19	1/19	
	GML	--	1/19	
	GMA	1/19	--	
	Null	7/19	3/19	
P2	No	17/19	16/19	0.48(0.6312)
	Si	2/19	3/19	
P2_Fo	No	18/19	13/19	2.22(0.0264)*
	Si	1/19	6/19	
P2_Fo_error	Null	18/18	13/13	
P2_wrQ1	No	13/19	13/19	0(1)
	Si	6/19	6/19	
P2_wrQ1_error	A	--	1/13	
	S	1/13	--	
	Di	--	1/13	
	F	--	5/13	
	Null	12/13	6/13	

Por el contrario, en el grupo experimental, para P2 (Tabla 11) se observan mejoras significativas en todos los aspectos. Para P2, 22 de 42 estudiantes pasaron de fallo a éxito (TP = 6.12; p-valor < 0.0001); para P2_Fo, 32 de 42 mejoraron (TP = 11.59; p-valor < 0.0001); y en P2_wrQ1 y P2_wrQ2, 29 de 42 estudiantes mejoraron (TP = 9.68; p-valor < 0.0001).

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Tabla 11. *Resultados del problema P2 en el pretest y postest para el grupo experimental*

Grupo Experimental		Pre Rel. Freq.	Post Rel. Freq.	Test de McNemar (p-valor) Sigf. 5%
P2_resolución	Ar1	32/42	1/42	
	Ar2	3/42	--	
	GMA	--	27/42	
	GML	--	1/42	
	Null	7/42	4/42	
P2	No	39/42	17/42	6.12(<0.0001)*
	Si	3/42	25/42	
P2_G_error	C	--	4/17	
	De	--	2/17	
	N	--	1/17	
	T	--	1/17	
P2_Fo	No	42/42	10/42	11.59(<0.0001)*
	Si	--	32/42	
P2_Fo_error	Null	42/42	10/42	
P2_wrQ1	No	42/42	13/42	9.68(<0.0001)*
	Si	--	29/42	
P2_wrQ1_error	Di	2/42	1/13	
	Null	40/42	12/13	
P2_wrQ2	No	42/42	13/42	9.68(<0.0001)*
	Si	--	29/42	
P2_wrQ2_error	Null	42/42	13/13	

Cabe señalar que, a pesar de los avances logrados en el grupo experimental, se observaron errores relacionados con el recurso pictórico. El error gráfico más destacado (Error C) ocurrió cuando el todo fue subdividido en partes desiguales, variando el área de las formas del mismo tipo, pero sin considerar la congruencia de las partes (Figura 6).

CPU-e

Universidad Veracruzana
Instituto de Investigaciones en Educación
Xalapa, Veracruz, México
Licencia CC BY-NC 4.0

Transformando el aprendizaje de
las fracciones como operador
Maria T. Sanz, Carlos Valenzuela García , Emilia López-Iñesta

ISSN 1870-5308
No. 42, enero-junio, 2026
DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

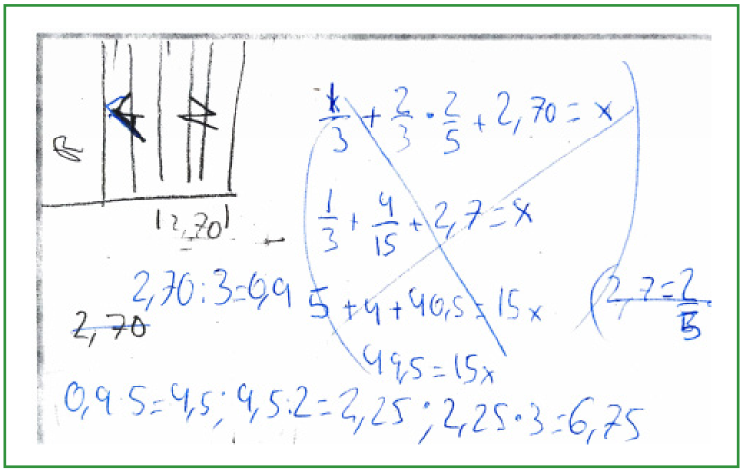

Figura 6. *Respuesta errónea de E_Po_P2_GMA_C*

En la Figura 7, se muestra un error donde el estudiante utiliza el modelo de área y representa 1/3 del total apuntando a tres bloques dentro del bloque que representa el total, pero sin ocupar todo el espacio, lo que redefine el todo (Error DE).

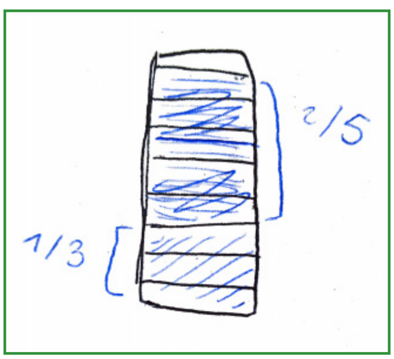

Figura 7. *Respuesta errónea de E_Po_P2_GMA_De*

El error mostrado en la Figura 8 ocurre al asociar el denominador a la cardinalidad del conjunto formado por las subdivisiones en las que se ha dividido el todo, y el numerador a la cardinalidad del subconjunto que constituye la parte (Error T). Por ejemplo, al repre-

ISSN 1870-5308
No. 42, enero-junio, 2026
DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

sentar 1/3 del total utilizando un modelo de área y posteriormente intentar representar 2/5 de 2/3, el hecho de tener dos bloques (un número menor que el denominador de 5) lleva a los estudiantes a redefinir el todo. Esto les obliga a incorporar otro bloque al que ya tenían, dividirlo en 5 partes e indicar 2.

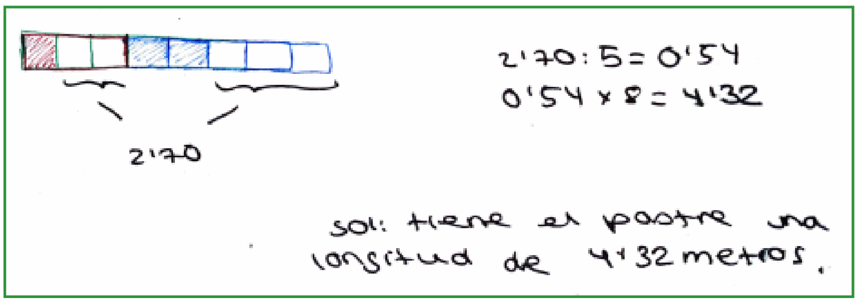

Figura 8. *Respuesta errónea de E_Po_P2_GML_T*

3.3 Representación pictórica como intervención para mejorar el aprendizaje

Dado que el conocimiento previo de ambos grupos en algunas de las preguntas del test inicial difería (el grupo control mostró mejores resultados que el grupo experimental), se construyó una diferencia de aprendizaje para comparar ambas metodologías y determinar si la intervención basada en la enseñanza pictórica ha sido positiva.

Esta diferencia de aprendizaje se obtuvo a partir del número de estudiantes que pasaron de fallo a éxito entre el pretest y el postest, como se presenta en la Tabla 12. Se observa cómo la intervención didáctica basada en representaciones pictóricas benefició significativamente al grupo experimental en casi todas las variables investigadas. Por ejemplo: para A1 (TP = -4.24; p-valor < 0.0001); para A2 (TP = -2.10; p-valor = 0.0358); para P1 (TP = -2.92; p-valor = 0.0036); para P2 (TP = -5.09; p-valor < 0.0001); para P2_Fo (TP = -4.14; p-valor < 0.0001); para P2_wrQ1 (TP = -9.68; p-valor < 0.0001), y para P2_wrQ2 (TP = -7.26; p-valor < 0.0001).

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Tabla 12. *Diferencia de aprendizaje entre el pretest y el postest*

Variable	Control Rel. Freq.	Experimental Rel. Freq.	Test de Proporciones (p-valor) Sigf. 5%
A1	2/19	23/42	-4.24(<0.0001)*
A2		4/42	-2.10(0.0358)*
P1	1/19	13/42	-2.92(0.0036)*
P1_FoF	7/19	25/42	-1.69(0.0910)
P2	1/19	22/42	-5.09(<0.0001)*
P2_Fo	5/19	32/42	-4.14(<0.0001)*
P2_wrQ1		29/42	-9.68(<0.0001)*
P2_wrQ2	1/19	29/42	-7.26(<0.0001)*

Discusión

Diversos estudios (Ríos-Cuesta, 2021; van Essen & Hamaker, 1990) han destacado que la representación pictórica puede constituir una estrategia efectiva para la resolución de problemas, pues facilita la comprensión conceptual al permitir visualizar las relaciones matemáticas subyacentes. Sin embargo, investigaciones como la de Adu-Gyamfi et al. (2019) señalan que un uso inadecuado de dichas representaciones puede producir confusión en los estudiantes, lo cual pone de manifiesto la importancia de una instrucción adecuada y de estrategias formativas centradas en la integración correcta de lo visual con lo numérico.

En este sentido, la persistencia de un enfoque educativo tradicional centrado principalmente en la memorización de procedimientos numéricos (Lesh et al., 1987; Mendoza, 2018; Ploetzner, 2012) dificulta la apropiación de representaciones múltiples, entre ellas la pictórica, que resultan esenciales para asimilar de forma profunda conceptos relacionados con las fracciones. Tal como muestra el presente estudio, la implementación de una intervención didáctica basada en representaciones visuales no sólo conduce a mejores resultados académicos, sino que también evidencia la necesidad de un cambio de paradigma en el proceso de enseñanza-aprendizaje, alejándose de la mera mecanización aritmética e integrando una visión más amplia de la comprensión matemática.

Particularmente, se observó una mejora en la comprensión de la fracción como operador entre estudiantes de 14 a 15 años dentro del sistema educativo español, abarcando tanto el conocimiento procedimental como conceptual. La intervención basada en repre-

ISSN 1870-5308
No. 42, enero-junio, 2026
DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

sentaciones pictóricas incluyó explicaciones predominantemente con modelos lineales y de área, mientras que el grupo control se sometió exclusivamente a la instrucción basada en procedimientos aritméticos.

Las condiciones iniciales de los grupos control y experimental no eran iguales, ya que, tras realizar el pretest, se determinó que el grupo control tenía habilidades superiores a las del grupo experimental. Por ejemplo, en el grupo experimental los estudiantes podían aplicar el algoritmo para multiplicar fracciones, pero no asociaban este algoritmo con la expresión "fracción de fracción", lo que indica un conocimiento procedimental más que conceptual de la fracción como operador, lo cual limitó su comprensión (Byrnes & Wasik, 1991; Rittle-Johnson et al., 2001).

En relación con el concepto de "fracción de fracción", este trabajo concluye que, en línea con investigaciones previas (Pool-Dzul, 2018; Ríos-Cuesta, 2021; Sanz et al., 2018), dicho concepto se resuelve con mayor éxito cuando se asocia a una representación, es decir, en situaciones de problemas verbales en lugar de procedimientos algorítmicos.

Después de la intervención, el grupo control no mostró mejoras en sus resultados al resolver expresiones del tipo a/b de c/d, "fracción de fracción". En cambio, los resultados del grupo experimental mejoraron significativamente. Por lo tanto, se puede afirmar que la representación gráfica mejoró la comprensión conceptual de la fracción como operador, ya que los estudiantes demostraron una mejor comprensión al resolver e interpretar la expresión "de" en este tipo de actividades.

Con respecto al algoritmo de fracciones, ningún estudiante del grupo control pasó de fallo a éxito, mientras que cuatro estudiantes del grupo experimental lo lograron. Además, en ambos grupos persistió el error de confundir el algoritmo de multiplicación con el de división, lo que indica que la enseñanza basada en memorización no ayuda a los estudiantes a comprender el contenido sobre fracciones (Braithwaite et al., 2017; Gesuelli & Jordan, 2024; Lamon, 2020; Lee & Boyadzhiev, 2020; Llinares & Sánchez, 1988; Sanz et al., 2018; Siegler et al., 2011).

En relación con el objetivo (a) de este trabajo, se concluye que enseñar el algoritmo o su expresión asociada (a/b de c/d) apoyando la explicación con recursos pictóricos, permitió que el porcentaje de estudiantes mencionado entendiera el concepto de fracción como operador para un número fraccionario, e incluso habilitó a muchos para realizar correctamente el algoritmo sin asociarlo a un contexto pictórico.

Al analizar la resolución de problemas verbales, en el caso del primer problema, donde la dificultad radicaba en comprender el concepto de "fracción de fracción", el porcentaje de estudiantes exitosos aumentó tras la intervención didáctica basada en representaciones

ISSN 1870-5308
No. 42, enero-junio, 2026
DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

pictóricas. Además, ambos grupos mejoraron sus habilidades para reconocer la expresión "fracción de fracción", aunque la mejora fue mayor en el grupo experimental.

Sin embargo, en el segundo problema la dificultad fue mayor, ya que requería reconstruir un todo y, posteriormente, aplicar la "fracción de fracción" sobre el todo reconstruido. No obstante, ambos grupos lograron reconocer la "fracción de fracción". En el grupo control no se observó un aumento en la resolución exitosa de este problema, ya que para realizar la "fracción de fracción" los estudiantes necesitaban reconocer la segunda fracción que representaba "de lo que queda" y reconstruir el todo. Según Adu-Gyamfi et al. (2019), esto presentó un problema conceptual, ya que los estudiantes no pudieron reproducir el problema gráficamente. Aun así, el grupo experimental enfrentó esta situación con mayor destreza que el grupo control, ya que la gran mayoría de las resoluciones en el grupo experimental fueron pictóricas. Por ello, se puede concluir que el recurso pictórico ayudó a los estudiantes a comprender este tipo de problemas y el concepto de fracción como operador para un número fraccionario, como lo demuestran estudios previos (Sanz et al., 2018).

En relación con el objetivo (b), la tasa de éxito aumenta cuando una intervención didáctica introduce el método pictórico (Figueras, 1988; Valenzuela, 2018). Esto se debe a que existen muchos factores que contribuyen a la competencia en la resolución de problemas verbales, siendo la visualización o las representaciones uno de estos factores (Geary et al., 2000; Hegarty & Kozhevnikov, 1999; Resnick et al., 2020).

Esto se evidencia en los resultados, donde se observa claramente una mejora en el aprendizaje general del grupo experimental (resolución gráfica) en comparación con el grupo control (resolución aritmética). Tras la intervención, se observaron diferencias significativas en el conocimiento adquirido por ambos grupos en problemas del segundo tipo (problemas de fracciones "de lo que queda" sobre un todo desconocido). Esto indica que el recurso gráfico ayudó al grupo experimental a comprender mejor el concepto de fracción como operador y, por ende, resolver con mayor éxito este tipo de problemas. Asimismo, en el caso del grupo experimental, se observa una mejora significativa en todas las variables asociadas a los problemas verbales y actividades.

Lo anterior indica que la representación pictórica, específicamente los modelos lineales y de área, podría ser la herramienta que ayude a los estudiantes a comprender conceptos sobre fracciones.

Estos resultados concuerdan con la teoría de los registros de representación semiótica (Duval, 2006), que enfatiza la importancia de coordinar y traducir información entre los registros pictórico, numérico y simbólico para lograr una comprensión

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

profunda. En línea con este planteamiento, la intervención basada en modelos lineales y de área no solo facilitó que los estudiantes relacionaran diversas formas de expresar la fracción como operador, sino que también promovió el paso de la mera memorización de algoritmos a la construcción de significados matemáticos más sólidos (Ainsworth, 2006; Bruner, 1966). Asimismo, la aproximación de la RME (Gravemeijer, 1999; van den Heuvel-Panhuizen & Drijvers, 2020) refuerza la relevancia de situar estas representaciones en contextos realistas y cercanos a la experiencia estudiantil. En conjunto, estos hallazgos sugieren que la integración sistemática de estrategias visuales no solo incrementa la efectividad en la resolución de problemas, sino que brinda un andamiaje adecuado para el aprendizaje autónomo y significativo de las fracciones como operador.

Conclusión

El presente estudio evidencia la importancia de las representaciones pictóricas como una herramienta eficaz para la enseñanza y aprendizaje del concepto de fracción como operador en estudiantes de educación secundaria. Los resultados obtenidos demuestran que la intervención basada en modelos visuales, específicamente los modelos lineales y de área, permite no solo una mejor comprensión conceptual, sino también un mayor desarrollo procedimental en comparación con métodos tradicionales centrados en la aritmética.

Una de las conclusiones más relevantes es que, aunque el grupo experimental partía de un nivel inicial inferior al del grupo control, los estudiantes expuestos a la enseñanza con recursos gráficos lograron superar significativamente a sus pares en términos de éxito y comprensión tras la intervención. Esto sugiere que las representaciones visuales no sólo son herramientas de apoyo, sino que pueden transformar radicalmente el proceso de enseñanza-aprendizaje, especialmente cuando se enfrentan conceptos abstractos como el de “fracción de fracción”.

En este sentido, el estudio confirma que la enseñanza tradicional basada en procedimientos memorizados no es suficiente para desarrollar una comprensión profunda y significativa de las fracciones. Los estudiantes del grupo control, a pesar de dominar ciertos algoritmos, no lograron asociar estos procedimientos con un contexto conceptual que les permitiera interpretar correctamente la expresión “de”. Este resultado refuerza las críticas previas a los métodos de memorización y destaca la necesidad de integrar estrategias pedagógicas más dinámicas y visuales, como lo respaldan investigaciones previas (Braithwaite et al., 2017; Lamon, 2020).

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Asimismo, el análisis de los errores recurrentes en ambos grupos revela que la confusión entre algoritmos de multiplicación y división persiste en aquellos estudiantes que no fueron expuestos al recurso gráfico. En contraste, los estudiantes del grupo experimental no sólo mejoraron en su capacidad para realizar los algoritmos, sino que también lograron interpretar y resolver problemas verbales complejos que requerían reconstruir el todo antes de aplicar la "fracción de fracción". Esto indica que las representaciones pictóricas, además de reforzar habilidades específicas, también promueven un razonamiento más integrado y contextualizado.

El impacto de las representaciones gráficas es especialmente notable en los problemas más complejos, como aquellos que implican la fracción "de lo que queda". La capacidad del grupo experimental para abordar con éxito estos problemas demuestra que el método gráfico facilita la transferencia de conocimientos, desde lo procedimental hacia lo conceptual, lo que resulta en un aprendizaje más significativo.

Este trabajo tiene implicaciones pedagógicas relevantes, ya que subraya la necesidad de un cambio en los enfoques educativos actuales. Incorporar estrategias visuales en la enseñanza de las matemáticas puede mejorar el rendimiento estudiantil y fomentar una comprensión más profunda y duradera. Además, este estudio abre la puerta a futuras investigaciones, como la integración de herramientas tecnológicas que permitan la aplicación masiva de intervenciones gráficas. Esto explicaría el alcance de los hallazgos y también facilitaría la personalización y evaluación del aprendizaje en diferentes contextos educativos.

En conclusión, la representación pictórica, si se integra de manera efectiva, tiene el potencial de transformar la enseñanza de las fracciones al convertir conceptos abstractos en comprensibles. Este enfoque además de beneficiar el aprendizaje inmediato, también prepara a los estudiantes para enfrentar problemas más complejos y relevantes en el ámbito matemático. La evidencia respalda que este método, aunque aún poco explotado, podría convertirse en una herramienta esencial en la educación matemática contemporánea.

Agradecimientos

Este trabajo fue parcialmente financiado por la Conselleria d'Educació, Universitat i Ocupació (Generalitat Valenciana), a través del proyecto CIAICO/2022/154.

ISSN 1870-5308 | No. 42, enero-junio, 2026 | DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Declaraciones

En nombre de todos los autores, el autor correspondiente declara que no existe conflicto de interés. Siguiendo los principios éticos, los participantes y sus padres/tutores legales fueron informados de que formaban parte de un estudio de investigación y se les explicaron claramente los objetivos del estudio, así como que sus resultados en la batería de preguntas no serían considerados en sus calificaciones. La revisión y aprobación ética fue requerida por la Universidad de Valencia. No obstante, no se requirió el consentimiento informado por escrito de los pacientes/participantes ni de sus tutores legales/próximos familiares para participar en este estudio, de acuerdo con la legislación nacional y los requisitos institucionales.

Lista de referencias

Adu-Gyamfi, K., Schwartz, C. S., Sinicrope, R., & Bossé, M. J. (2019). Making sense of fraction division: domain and representation knowledge of preservice elementary teachers on a fraction division task. *Mathematics Education Research Journal*, *31*, 507-528. https://doi.org/10.1007/s13394-019-00265-2

Ainsworth, S. (2006). DeFT: A conceptual framework for considering learning with multiple representations. *Learning and Instruction*, *16*(3), 183–198. https://doi.org/10.1016/j.learninstruc.2006.03.001

Alamolhoda, M., Taghi, S. M., & Bagheri, Z. (2017). A comparative study of the impacts of unbalanced sample sizes on the four synthesized methods of meta-analytic structural equation modeling. *BMC Research Notes*, *10*(1), 1-12. https://doi.org/10.1186/s13104-017-2768-5

Álvarez, E. (1936). *El ejercicio de los problemas. Problemas elementales de Matemáticas, Física y Química*. Instituto Samper.

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1992). Rational number, ratio, and proportion. En D. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp. 296-333). The National Council of Teachers of Mathematics.

Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1993). Rational Numbers: Toward a Semantic Analysis-Emphasis on the Operator Construct. En T. P. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.), *Rational Numbers: An Integration of Research* (pp. 13-47). Routledge.

Braithwaite, D. W., Pyke, A. A., & Siegler, R. S. (2017). A computational model of fraction arithmetic. *Psychological Review*, *124*(5), 603-625. https://doi.org/10.1037/rev0000072

ISSN 1870-5308
No. 42, enero-junio, 2026
DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Brown, M. (1981). Number operations. En K. Hart (Ed.), *Children's Understanding of Mathematics: 11-16* (pp. 23-47). Murray.

Bruner, J. S. (1966). *Toward a theory of instruction*. Belknap Press of Harvard University.

Byrnes, J. P., & Wasik, B. A. (1991). Role of conceptual knowledge in mathematical procedural learning. *Developmental Psychology*, *27*(5), 777–786. https://doi.org/10.1037/0012-1649.27.5.777

Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, *64*(3), 293-316. https://doi.org/10.1007/s10649-006-9036-2

Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2ª ed.). Lawrence Erlbaum Associates.

Duval, R. (2006). A Cognitive Analysis of Problems of Comprehension in a Learning of Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, *61*, 103–131. https://doi.org/10.1007/s10649-006-0400-z

Figueras, O. (1988). *Dificultades de aprendizaje en dos modelos de enseñanza de los racionales* [Disertación doctoral inédita]. Instituto Politécnico Nacional.

Geary, D. C., Saults, S. J., Liu, F., & Hoard, M. K. (2000). Sex differences in spatial cognition, computational fluency, and arithmetical reasoning. *Journal of Experimental Child Psychology*, *77*(4), 337–353. https://doi.org/10.1006/jecp.2000.2594

Gesuelli, K.-A., & Jordan, N. C. (2024). Fraction arithmetic development: An examination of students' patterns of growth and errors across the intermediate grades. *Journal of Educational Psychology*, *116*(3), 377–395. https://doi.org/10.1037/edu0000828

Gómez, B., Sanz, M. T., & Huerta, I. (2016). Problemas descriptivos de fracciones. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, *30*(55), 586-604. https://doi.org/10.1590/1980-4415v30n55a14

Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, *1*(2), 155–177. https://doi.org/10.1207/s15327833mtl0102_4

Hallett, D., Nunes, T., & Bryant, P. (2010). Individual differences in conceptual and procedural knowledge when learning fractions. *Journal of Educational Psychology*, *102*(2), 395-406. https://doi.org/10.1037/a0017486

Hart, K. (1981). Fractions. En K. Hart (Ed.), *Children's understying of mathematics: 11-16* (pp. 66-81). Murray.

Hegarty, M., & Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, *91*(4), 684–689. https://doi.org/10.1037/0022-0663.91.4.684

ISSN 1870-5308
No. 42, enero-junio, 2026
DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Herscovics, N., & Linchevski, L. (1994). A cognitive gap between arithmetic and algebra. *Educational Studies in Mathematics*, *27*, 59–78. https://doi.org/10.1007/BF01284528

Kieren, T. E. (1988). Personal Knowledge of Rational Numbers: Its Intuitive and Formal Development. En J. Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number Concepts and Operations in the Middle Grades, Volume 2* (pp. 162-181). Lawrence Erlbaum Associates.

Lamon, S. J. (2020). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding. Essential Content knowledge and Instructional Strategies for Teachers* (4ª ed.). Routledge.

Lee, H. J., & Boyadzhiev, I. (2020). Underprepared College Students' Understanding of and Misconceptions with Fractions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, *15*(3), 1-12. https://doi.org/10.29333/iejme/7835

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1987). Representations and Translations among Representations in Mathematics Learning and Problem Solving. En C. Janvier (Ed.), *Problems of Representation in the Teaching and Learning of Mathematics* (pp. 33-40). Lawrence Erlbaum Associates.

Lizasoain, L. (2024). El análisis estadístico de datos en la investigación educativa. *Revista Electrónica Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, *27*(2), 217–232. https://doi.org/10.6018/reifop.608261

Llinares, S., & Sánchez, M. V. (1988). *Fracciones: la relación parte-todo*. Síntesis.

Mendoza, T. (2018). Aprender del problema y de las formas de interacción. La construcción de conocimientos relativos al porcentaje en clases de secundaria. *Revista Colombiana de Educación*, 74, 133-154. https://doi.org/10.17227/rce.num74-6901

Murillo, L., & Ceballos, A. (2013). Las prácticas de enseñanza empleadas por docentes de matemáticas y su relación con la resolución de problemas mediados por fracciones. *Revista Científica*, *17*(2), 244-248. https://revistas.udistrital.edu.co/index.php/revcie/article/view/6553/8078

Parra, M. Á., & Flores, R. (2008). Aprendizaje cooperativo en la solución de problemas con fracciones. *Educación Matemática*, *20*(1), 31-52. https://doi.org/10.24844/EM2002.02

Petit, M. M., Laird, R. E., Ebby, C. B., & Marsden, E. L. (2015). *A Focus on Fractions. Bringing research to the classroom* (2ª ed.). Routledge. https://doi.org/10.4324/9781315746098

Ploetzner, R. (2012). Pictorial Representations and Learning. En N. M. Seel (Ed.), *Encyclopedia of the Sciences of Learning* (pp. 2636-2638). Springer. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-1428-6_308

Pool-Dzul, J. L. (2018). "Resolución de problemas aditivos y multiplicativos al usar fracciones en forma gráfica". *Perspectivas docentes*, *29*(67), 25-39. https://revistas.ujat.mx/index.php/perspectivas/article/view/3701

ISSN 1870-5308
No. 42, enero-junio, 2026
DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

Resnick, I., Harris, D., Logan, T., & Lowrie, T. (2020). The relation between mathematics achievement and spatial reasoning. *Mathematics Education Research Journal*, *32*, 171–174. https://doi.org/10.1007/s13394-020-00338-7

Ríos-Cuesta, W. (2021). Aplicación de las representaciones gráficas y la visualización a la resolución de problemas con fracciones: una transición hacia el algoritmo. *Revista Virtual Universidad Católica del Norte*, 63, 196-222. https://doi.org/10.35575/rvucn.n63a8

Rittle-Johnson, B., Siegler, R. S., & Alibali, M. W. (2001). Developing conceptual understanding and procedural skill in mathematics: An iterative process. *Journal of Educational Psychology*, *93*(2), 346-362. https://doi.org/10.1037//0022-0663.93.2.346

Sanz, M. T., Figueras, O., & Gómez, B. (2018). Las fracciones, habilidades de alumnos de 15 a 16 años. *Revista de Educación de la Universidad de Granada*, *25*, 257-279. https://doi.org/10.30827/reugra.v25i0.125

Sanz, M. T., López-Iñesta, E., Garcia, D., & Grimaldo, F. (2021). Complexity of word problems through its reading in students and prospective teachers. En D. Olanoff, K. Johnson, & S. Spitzer, (Eds.), *Proceedings of the forty-third annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1723-1727). https://www.pmena.org/pmenaproceedings/PMENA%252043%25202021%2520Proceedings.pdf

Sherin, M. G. (2010). When teaching becomes learning. *Cognition and Instruction*, *20*(2), 119–150. https://doi.org/10.1207/S1532690XCI2002_1

Sheskin, D. J. (2011). *Handbook of parametric and nonparametric statistical procedures* (5ª ed.). Chapman & Hall/CRC.

Siegler, R. S., Thompson, C., & Schneider, M. (2011). An integrated theory of whole number and fractions development. *Cognitive Psychology*, *62*(4), 273–296. https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2011.03.001

Smidt, S., & Weiser, W. (1995). Semantic structures of one-step word problems involving multiplication or division. *Educational Studies in Mathematics*, *28*, 55-72. https://doi.org/10.1007/BF01273856

Stylianou, D. A. (2010). Teachers' conceptions of representation in middle school mathematics. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *13*(4), 325–343. https://doi.org/10.1007/s10857-010-9143-y

Valenzuela, C. (2018). *Modelo de enseñanza para fracciones basado en la recta numérica y el uso de applets: estudio en comunidades marginadas* [Tesis Doctoral, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional]. https://www.researchgate.net/publication/332471696_MODELO_DE_ENSENANZA_PARA_

ISSN 1870-5308 No. 42, enero-junio, 2026 DOI: 10.25009/cpue.v1i42.2908

FRACCIONES_BASADO_EN_LA_RECTA_NUMERICA_Y_EL_USO_DE_APPLETS_ESTUDIO_EN_COMUNIDADES_MARGINADAS

van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2020). Realistic Mathematics Education. En S. Lerman (Ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (2ª ed., pp. 521-525). Springer. https://scienceclopedia.wordpress.com/wp-content/uploads/2013/09/encyclopedia-realistic-mathematics-education_ref.pdf

van Essen, G., & Hamaker, C. (1990). Using self-generated drawings to solve arithmetic word problems. *The Journal of Educational Research*, *83*(6), 301-312. https://doi.org/10.1080/00220671.1990.10885976